

Cirkel tussen lijnen

5 maximumscore 5

- Een cirkelvergelijking van c is $(x - \sqrt{5})^2 + y^2 = 1$ 1
- $y = \frac{1}{2}x$ hierin invullen geeft $(x - \sqrt{5})^2 + (\frac{1}{2}x)^2 = 1$ 1
- Herschrijven tot $\frac{5}{4}x^2 - 2\sqrt{5} \cdot x + 4 = 0$ (of een vergelijkbare vorm) 1
- De discriminant van deze vergelijking is $D = (-2\sqrt{5})^2 - 4 \cdot \frac{5}{4} \cdot 4$ 1
- $D = 0$ (dus de vergelijking heeft één oplossing, dus l raakt c) 1

of

- De lijn door M loodrecht op l heeft vergelijking $y = -2x + b$ 1
- M hierin invullen geeft $0 = -2 \cdot \sqrt{5} + b$, dus $b = 2\sqrt{5}$ (dus $y = -2x + 2\sqrt{5}$) 1
- Voor de x -coördinaat van het snijpunt van l en de loodlijn op l door M geldt $\frac{1}{2}x = -2x + 2\sqrt{5}$ en dit geeft $x = \frac{4}{5}\sqrt{5}$ 1
- Dus het snijpunt is $(\frac{4}{5}\sqrt{5}, \frac{2}{5}\sqrt{5})$ 1
- $(\frac{4}{5}\sqrt{5} - \sqrt{5})^2 + (\frac{2}{5}\sqrt{5})^2 = 1$ (dus het snijpunt ligt op c , dus l raakt c) 1

6 maximumscore 5

- De oppervlakte van cirkel c is $(\pi \cdot 1^2) = \pi$ 1
- Een vergelijking van lijn n is $x = \sqrt{5} + 1 (= 3,23\dots)$ 1
- $y_B = (\frac{1}{2} \cdot 3,23\dots) = 1,61\dots$ 1
- De oppervlakte van driehoek OAB is $2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3,23\dots \cdot 1,61\dots = 5,23\dots$ 1
- $2 \cdot \pi (= 6,28\dots) > 5,23\dots$ (dus de oppervlakte van driehoek OAB is niet meer dan twee keer zo groot als de oppervlakte van cirkel c) 1